



Modelli matematici



La matematica applicata alla vita
reale

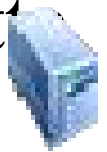




Cos'è la “matematica applicata”



- Si basa sull'osservazione di processi reali
- Costruisce un modello matematico che basandosi su leggi e principi generali permette di cogliere i fattori che determinano l'andamento del processo
- Fornisce strumenti per confrontare i risultati del modello con i dati sperimentali
- Ha lo scopo di guidare alla scoperta di alcune leggi generali che governano i più disparati processi reali





Perché la “matematica applicata”

■ Sviluppa alcune abilità:

- Tradurre i problemi reali nel linguaggio matematico
- Ragionare criticamente attorno alle ipotesi ed alla loro verifica
- Usare il computer come un apparato sperimentale per confrontare modello e realtà



■ Consolida alcune conoscenze:

- Lettura ed interpretazione dei grafici
- Significato ed utilizzo della derivata
- Visione dinamica dei processi reali



- ## ■ Permette di vedere relazioni tra diversi saperi scientifici e di comprendere il valore unificante della matematica.



Una “rivoluzione scientifica”

■ Dall'applicazione della matematica a diversi campi del sapere è emersa una nuova visione della realtà:



- Anche leggi apparentemente semplici possono dare luogo a comportamenti molto complicati
- La complessità della realtà può non essere dovuta alle nostre limitate conoscenze o all'intervento del caso e della probabilità
- La matematica può aiutarci a capire questa complessità, con mezzi anche molto semplici



■ Lo studente deve essere in grado di comprendere questo nuovo *paradigma*



Esempio1: modelli di crescita di popolazioni



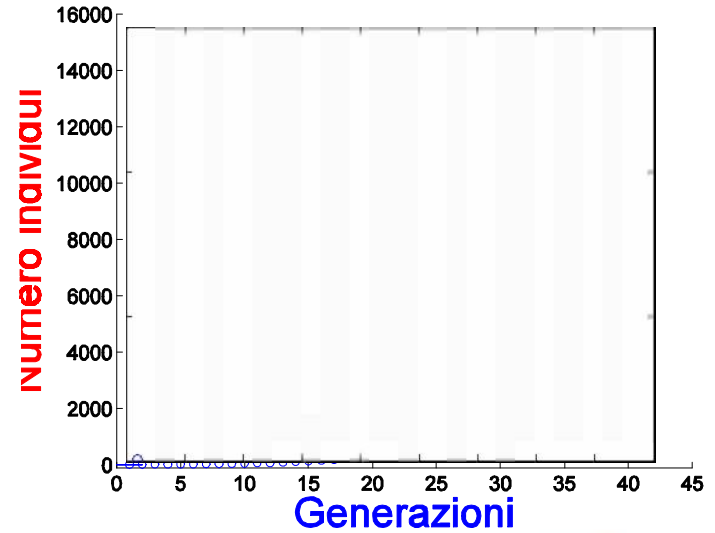
$x(n)$ = num. di individui alla n -esima generazione

Sir Thomas Malthus, (1798):

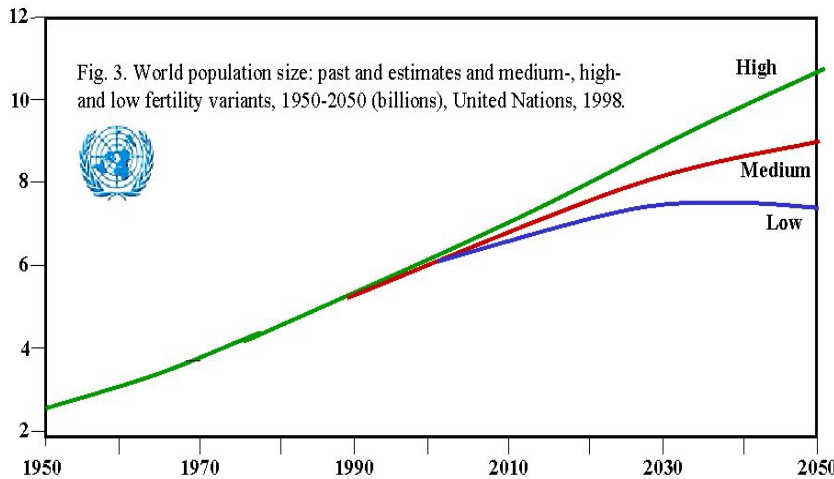
La popolazione si riproduce a un tasso costante r

$$x(n+1) = rx(n)$$

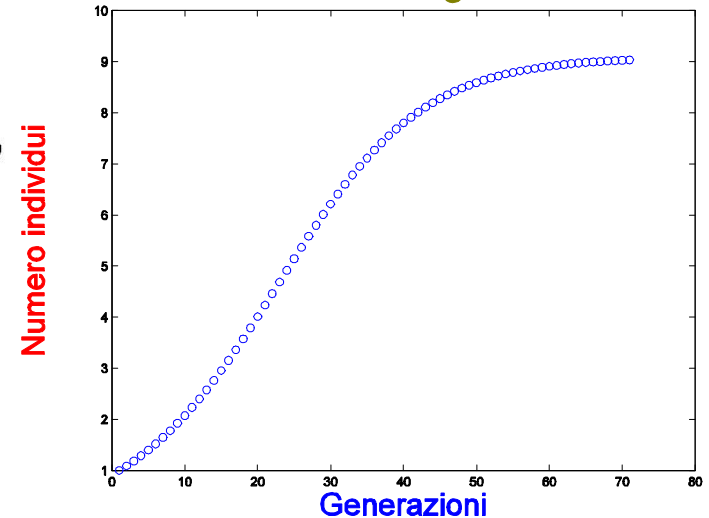
Modello di crescita lineare



Dati sperimentali



Crescita logistica



P.F. Verhulst (1845): bisogna tenere conto del fatto che le risorse sono limitate

$$x(n+1) = rx(n) \left(1 - \frac{x(n)}{K} \right)$$

Esempio 2: Dinamica amorosa

$R(t)$ = amore/odio di Romeo per Giulietta

$G(t)$ = amore/odio di Giulietta per Romeo

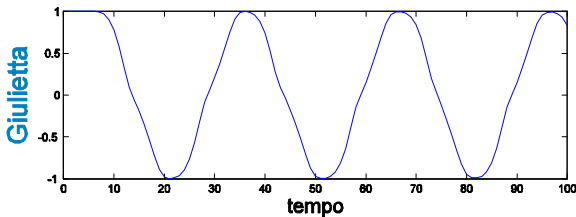
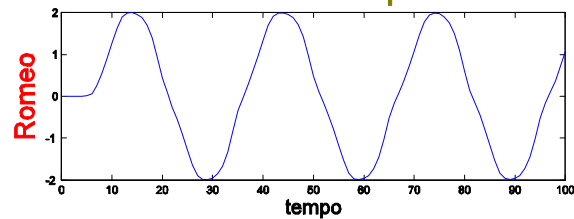


$$\begin{cases} \frac{dR}{dt} = aG \\ \frac{dG}{dt} = -bR \end{cases} \quad a, b > 0$$

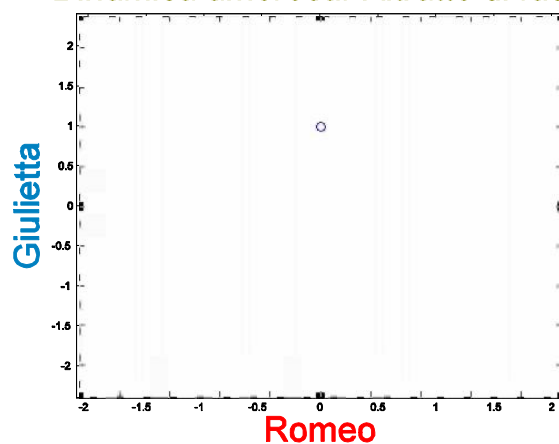
Romeo ama Giulietta
ma si allontana se
respinto.
Giulietta lo respinge
se corteggiata,
ma lo cerca non
appena lui si
allontana



Evoluzione temporale



Dinamica amorosa: Ritratto di fase



In generale:

$$\begin{cases} \frac{dR}{dt} = aR + bG \\ \frac{dG}{dt} = cR + dG \end{cases}$$

Al variare di a, b, c, d
descrive i diversi 'tipi':
(Intraprendente/timido)



Esempio 3: la meteorologia



E. Lorenz (1961): **soluzioni numeriche di un sistema dinamico discreto per le previsioni del tempo.**

Poiché lo studio su lunghi intervalli di tempo richiedeva giorni di simulazione, una sera Lorenz ricopiò i valori delle variabili ottenuti a metà giornata e utilizzò tali valori il giorno dopo come dato iniziale per una nuova simulazione.

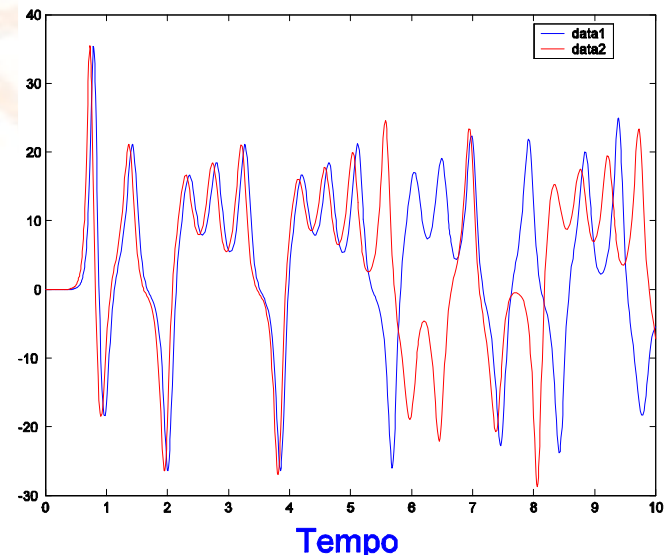


Con suo grande stupore la simulazione ottenuta **coincideva con quella del giorno prima soltanto per un breve intervallo iniziale...**

Due dati iniziali che differiscono solo per la quinta cifra decimale danno luogo a soluzioni molto diverse!!

- Effetto farfalla
- **ATTENZIONE NELL'USO DEL COMPUTER!!**

Sistema di Lorenz

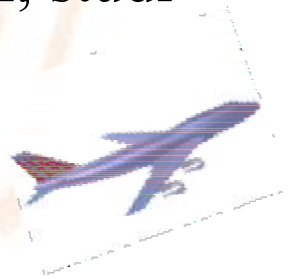




La ricerca ed il mondo del lavoro



- Sapere costruire ed analizzare questo tipo di modelli matematici ha ricadute in vari ambiti:
 - Ecologia: gestione delle riserve naturali; politiche per la gestione della diffusione degli inquinanti
 - Climatologia: previsioni del tempo; analisi dei cambiamenti globali
 - Medicina: Diffusione delle epidemie, diffusione del tumore; terapie per l'AIDS
 - Economia e finanza: analisi della crescita economica; studio dell'andamento dei mercati finanziari
 - Industria: ottimizzazione del rendimento dei motori; studi di aerodinamica; robotica.



Organizzazione del corso

Unità	Modalità di lavoro	Tempi
La modellistica matematica: una rivoluzione scientifica?	Seminario comune a tutti	1 ora
I modelli matematici nella realtà	Seminario comune a tutti	1 ora
I metodi qualitativi e geometrici per lo studio dei sistemi dinamici	Seminario comune a tutti	2 ore
La matematica applicata nei curricula liceali e nel mondo del lavoro	Lezione / dibattito	1 ora
Introduzione al MATLAB	Lezione e discussione	3 ore
Strumenti per lo studio numerico ed analitico dei sistemi dinamici	Lezione e discussione	2 ore
Gruppi di lavoro per la preparazione dei materiali necessari per il corso degli studenti	Lavoro in gruppo	8 ore
Studio analitico e geometrico dei sistemi dinamici multidimensionali lineari	Lezione e discussione	2 ore
Gruppi di lavoro per la preparazione dei materiali necessari per il corso degli studenti	Lavoro in gruppo	8 ore